

3. MODUL 2.

3.1. MATEMATIKA

GIMNAZIJA

3. razred /140 nastavnih sati godišnje/

MODUL 2.

PREDMETNO PODRUČJE: B/ Algebra	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.III.1. Učenik analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju prikazanu analitički ili grafički.	<ul style="list-style-type: none">• crta grafove eksponencijalne i logaritamske funkcije• interpretira zadane grafičke prikaze eksponencijalne i logaritamske funkcije• primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-4.1.1 MTP-2.1.2</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none">• eksponencijalna i logaritamska funkcija• svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije• primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Potrebno je pri definiranju logaritamske funkcije i crtanju njezinog grafa uvesti pojam inverzne funkcije te uočiti njezine osobine i vezu s grafom eksponencijalne funkcije u odnosu na pravac $y = x$.</p> <p>Budući da se svojstvo bijektivnosti funkcije te pojam inverzne funkcije i problem njenog postojanja i određivanja u strogom matematičkom smislu obrađuju tek kasnije, kod uvođenja logaritamske funkcije treba se pobrinuti da učenici shvate logaritamsku funkciju kao funkciju inverznu eksponencijalnoj, u smislu da je to funkcija koja dobivenom broju $y = a^x$ pridružuje početni broj, tj. vraća mu početnu vrijednost.</p> <p>Može se povući analogija s njima bliskim primjerima inverznih funkcija poput kvadriranja i korjenovanja, sve u svrhu prihvaćanja definicije logaritamske funkcije i njene veze s eksponencijalnom funkcijom, a naglasak treba biti na crtanju grafa, uočavanju njegovih osobina i primjeni ovih funkcija.</p> <p>Kod grafičkih prikaza eksponencijalne i logaritamske funkcije učenici trebaju odrediti domenu, kodomenu, sliku funkcije, predznak funkcije te monotonost (pad i rast funkcije).</p> <p>Učenicima zadati projektne zadatke različitih tema vezane za eksponencijalnu i logaritamsku funkciju, npr. računanje jačine potresa, razmnožavanje različitih virusa i bakterija, itd.</p> <p>Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Biologija (rast populacije), Kemija (mjerenje pH vodenih otopina, radioaktivni raspad), Geografija (prirast stanovništva) i s međupredmetnom temom Poduzetnost (ekonomska i financijska pismenost).</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.III.2. Učenik modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom i nejednadžbom.	<ul style="list-style-type: none">• primjenjuje svojstva potencija i logaritama pri računanju logaritamskih izraza te prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obrnuto• rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe• primjenjuje eksponencijalne i logaritamske jednadžbe pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.2.2 MTP-2.2.3</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none">• pojam logaritma i pravila za računanje logaritama• eksponencijalne i logaritamske jednadžbe• eksponencijalne i logaritamske nejednadžbe.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Koristiti se dostupnim programima dinamičke geometrije kako bi učenici povezali analitička rješenja eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi s grafičkim rješenjem (npr. osim standardnog načina rješavanja jednadžbe $2^x = 4$ svođenjem na istu bazu pokazat ćemo i njezino grafičko rješavanje nalaženjem sjecišta grafova funkcija $f(x) = 2^x$ i $y = 4$).</p>	

Naglasak treba biti na rješavanju osnovnih eksponencijalnih i logaritamskih nejednadžbi (npr. $3^x > 4$, $\log_{\frac{1}{2}} x \leq 2$).

Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Fizika (razina zvuka), Biologija, Kemija te međupredmetnom temom Poduzetnost.

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.III.3. Učenik analizira trigonometrijske funkcije prikazane analitički i grafički.	<ul style="list-style-type: none">• definira trigonometrijske funkcije realnog broja na brojevnoj kružnici• primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija• računa vrijednosti trigonometrijskih funkcija služeći se džepnim računalom i bez njega• crta grafove trigonometrijskih funkcija• interpretira zadane grafičke prikaze trigonometrijskih funkcija.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-2.1.2 MTP-2.1.1

Ključni sadržaji

- kut
- brojeva (trigonometrijska) kružnica
- definicije trigonometrijskih funkcija
- svojstva trigonometrijskih funkcija
- određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija
- grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Naglasiti povezanost kuta i duljine luka na brojevnoj kružnici (radijani).

Istaknuti vezu između koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija $\sin x$ i $\cos x$ te koordinate točaka na osi tangensa s $tg x$, osi kotangensa sa $ctg x$.

Posvetiti pozornost uočavanju svojstava trigonometrijskih funkcija na kružnici (periodičnost trigonometrijskih funkcija, parnost/neparnost) te njihovoj primjeni prilikom računanja vrijednosti trigonometrijskih funkcija.

Poželjno je koristiti programe dinamičke geometrije za demonstraciju grafova trigonometrijskih funkcija kako bi se uočile njihove osobine i svojstva te analizirale iste.

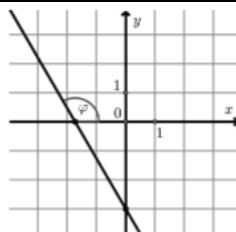
Crtati grafove trigonometrijskih funkcija zaključujući o njihovim svojstvima i promjenama na temelju amplitude, perioda i pomaka.

Iz grafičkog prikaza trigonometrijskih funkcija učenici trebaju odrediti domenu, kodomenu, nultočke te maksimum i minimum (ukoliko oni postoje).

Isticati važnost odabira odgovarajućeg mjerila pri crtanju grafova trigonometrijskih funkcija.

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta Fizika (valna gibanja i harmonijski oscilator).

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
<p>B.III.4. Učenik primjenjuje trigonometrijske funkcije i trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • računa vrijednosti trigonometrijskih funkcija koristeći veze između njih • pojednostavljuje trigonometrijske izraze korištenjem adicijskih teorema i formula koje proizlaze iz adicijskih teorema • rješava trigonometrijske jednadžbe • rješava trigonometrijske nejednadžbe • primjenjuje trigonometrijske funkcije pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	<p>MTP-2.2.1 MTP-2.1.1 MTP-2.2.2</p>
<p style="text-align: center;">Ključni sadržaji</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • adicijski teoremi za sinus, kosinus, tangens i kotangens zbroja i razlike • trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovičnog kuta • trigonometrijske jednadžbe • trigonometrijske nejednadžbe • primjena trigonometrije. 	
<p style="text-align: center;">Preporuke za ostvarenje ishoda</p>	
<p>Rješavati trigonometrijske jednadžbe oblika $A \sin(Bx + C) + D = 0$, $A \cos(Bx + C) + D = 0$, $A \operatorname{tg}(Bx + C) + D = 0$ i $A \operatorname{ctg}(Bx + C) + D = 0$.</p> <p>Voditi računa o području definicije i o pripadnosti rješenja tom području. Primijeniti trigonometrijske funkcije za modeliranje problemskih situacija različitih konteksta. <i>Primjer:</i> Jednoga ljetnoga dana temperatura u pustinji mijenjala se prema formuli $T(t) = 12 \cos\left(\frac{t\pi - 13\pi}{12}\right) + 31$ gdje je t vrijeme od 0 do 24 sata, a T temperatura u °C. a) Kolika je temperatura bila u 9 sati ujutro? b) U koje je vrijeme poslijepodne temperatura bila 42°C? c) Kolika je bila najniža temperatura toga dana?</p> <p>Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta Fizika (valovi).</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
<p>B.III.5. Učenik primjenjuje jednadžbu pravca.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje jednadžbu pravca u različitim oblicima i prikazuje pravac u koordinatnom sustavu • računa koeficijent smjera pravca povezujući ga s kutom koji pravac zatvara s pozitivnim dijelom osi apscisa • određuje jednadžbu pravca kroz jednu i dvije točke • određuje jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza • određuje kut dvaju pravaca • primjenjuje uvjet paralelnosti i uvjet okomitosti pravaca • računa udaljenost točke od pravca.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	<p>MTP-2.1.1</p>
<p style="text-align: center;">Ključni sadržaji</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • jednadžba pravca (eksplicitni, implicitni i segmentni oblik) • jednadžba pravca kroz jednu točku • jednadžba pravca kroz dvije točke • kut dvaju pravaca • uvjet paralelnosti i okomitosti pravaca • udaljenost točke od pravca. 	
<p style="text-align: center;">Preporuke za ostvarenje ishoda</p>	
<p>Obratiti pozornost na zadatke gdje učenici iz grafičkoga prikaza trebaju iščitati jednadžbu pravca ili neke elemente, npr. koeficijent smjera, mjeru kuta koju pravac zatvara s pozitivnim dijelom osi apscisa, površinu trokuta koju pravac tvori s koordinatnim osima, itd. <i>Primjer:</i> Odredi koeficijent smjera i jednadžbu pravca sa slike ako je kut na slici jednak 120°.</p>	



Primijeniti formule za udaljenost točke od pravca i mjeru kuta dvaju pravaca na geometrijske zadatke. Poželjno je koristiti programe dinamičke geometrije kako bi se vizualizirali ključni pojmovi ove cjeline.

Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Kemija, Fizika (kinematika) i Geografija (geografska mreža).

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
<p>B.III.6. Učenik primjenjuje jednadžbu kružnice i jednadžbu tangente kružnice.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • definira i grafički prikazuje kružnicu • određuje jednadžbu kružnice iz zadanih elemenata i obrnuto • prelazi iz općeg oblika jednadžbe kružnice u kanonski oblik • određuje jednadžbu kružnice iz grafičkoga prikaza • određuje presjek pravca i kružnice računski i grafički • primjenjuje uvjet dodira pravca i kružnice • određuje jednadžbu tangente i normale kružnice u njezinoj točki.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	<p><u>MTP-2.1.1</u></p>
<p>Ključni sadržaji</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • definicija i jednadžba kružnice • koncentrične kružnice • međusobni položaj pravca i kružnice • uvjet dodira pravca i kružnice • jednadžbe tangente i normale u točki kružnice. 	
<p>Preporuke za ostvarenje ishoda</p>	
<p>Potaknuti učenike da nabroje različite odnose između pravca i kružnice kako bi sami zaključili kako doći do uvjeta dodira pravca i kružnice.</p>	
<p>Koristiti programe dinamičke geometrije u vizualizaciji odnosa pravca i kružnice te tangente i normale kružnice.</p>	
<p>Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Fizika (jednoliko kružno gibanje), Geografija (opseg i veličina Zemlje) i Povijest.</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
<p>B.III.7. Učenik primjenjuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • opisuje i grafički prikazuje elipsu, hiperbolu i parabolu • određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole iz zadanih elemenata i obrnuto • određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole iz grafičkoga prikaza • određuje jednadžbu tangente u točki krivulje.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	<p><u>MTP-2.1.1</u></p>

Ključni sadržaji

- definicija i jednačba elipse
- definicija i jednačba hiperbole
- definicija i jednačba parabole
- jednačba tangente u točki.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Koristiti programe dinamičke geometrije kako bi se zorno prikazao izgled svake krivulje i njezinih elemenata. Spomenuti povijesnu važnost krivulja iz vremena starih Grka (čunjosečnice) te učenicima zadati projektne zadatke na teme pomrčina Sunca, gibanje nebeskih tijela, itd.

Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Kemija, Fizika (Keplerovi zakoni), Geografija (sunčev sustav- gibanja Zemlje) i Povijest.

PREDMETNO PODRUČJE: C/ Geometrija i mjerenja

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
C.III.1. Učenik računa s vektorima algebarski i grafički primjenjujući svojstva vektora i operacija s vektorima.	<ul style="list-style-type: none">• definira vektore i svojstva vektora• izražava vektor kao linearnu kombinaciju vektora• prikazuje vektore u koordinatnom sustavu• izvodi računske operacije s vektorima algebarski i grafički u ravnini i u koordinatnom sustavu• određuje duljinu vektora• računa skalarni umnožak vektora• primjenjuje svojstva skalarnog umnoška.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-3.1.1</u> <u>MTP-2.1.1</u>

Ključni sadržaji

- definicija i osnovna svojstva vektora
- zbrajanje i oduzimanje vektora
- množenje vektora skalarom
- kolinearni i nekolinearni vektori
- jedinični vektor
- linearna kombinacija vektora
- prikaz vektora u koordinatnom sustavu
- skalarni umnožak vektora
- uvjet okomitosti vektora.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Izvoditi računske operacije s vektorima i njihova svojstva koristiti na primjerima geometrijskih likova u ravnini (trokut, četverokut, pravilni šesterokut) i kasnije u koordinatnome sustavu.

Demonstrirati primjere linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora analitički i grafički.

Naglasiti primjenu skalarnog umnoška kod računanju kuta između dva vektora i okomitosti.

Poželjno je koristiti programe dinamičke geometrije kako bi se vizualizirali sadržaji ove tematske cjeline.

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta Fizika (sila, struja, električno polje).

PREDMETNO PODRUČJE: D/ Podatci, statistika i vjerojatnost

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
D.III.1. Učenik primjenjuje osnovne elemente kombinatorike.	<ul style="list-style-type: none">• koristi osnovne principe prebrojavanja• koristi varijacije, permutacije i kombinacije pri rješavanju problemskih zadataka u različitim kontekstima.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.1.3</u>

Ključni sadržaji
<ul style="list-style-type: none"> • osnovni principi prebrojavanja • varijacije bez ponavljanja • varijacije s ponavljanjem • permutacije bez ponavljanja • permutacije s ponavljanjem • kombinacije bez ponavljanja • kombinacije s ponavljanjem.
Preporuke za ostvarenje ishoda
<p>Učenike upoznati s primjerima rješavanja kombinatornih problema gdje se primjenjuju osnovni postupci prebrojavanja (načelo zbroja i načelo umnoška), varijacije, permutacije i kombinacije.</p> <p>Za potrebe rješavanja zadataka iz kombinatorike potrebno je definirati binomni koeficijent i faktorijel (sadržaji 4. razreda).</p> <p>Povezivati značenje broja varijacija, permutacija i kombinacija sa ili bez ponavljanja sa problemskim situacijama različitog konteksta (lutrija, karte, znamenke, raspored sjedenja, itd.).</p> <p>Pri odabiru odgovarajućeg načela voditi računa je li bitan poredak elemenata i jesu li izabrani svi elementi početnog skupa.</p> <p>Koristiti ilustracije (gdje je to izvedivo) i programe dinamičke geometrije kako bi se lakše došlo do rješenja nekog kombinatornog problema.</p> <p>Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Kemija, Biologija (ekološki otisak, raspršenje) i Psihologija (analiza podataka u psihologiji).</p>

GIMNAZIJA
4. razred /128 nastavnih sati godišnje/
MODUL 2.

PREDMETNO PODRUČJE: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
A.IV.1 Učenik analizira svojstva i odnose među skupovima brojeva te računa s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku.	<ul style="list-style-type: none"> • analizira skup realnih brojeva • pretvara kompleksni broj iz algebarskog u trigonometrijski oblik i obrnuto • zbraja, oduzima, množi, dijeli i potencira kompleksne brojeve u algebarskom i trigonometrijskom obliku koristeći se po potrebi De Moivreovom formulom • korjenjuje kompleksne brojeve.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-1.1.2 MTP-1.2.1</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • realni brojevi i njihova svojstva • skup kompleksnih brojeva • trigonometrijski oblik kompleksnog broja • računске operacije u skupu kompleksnih brojeva • De Moivreova formula • korjenovanje kompleksnih brojeva . 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prije uvođenja trigonometrijskog oblika kompleksnog broja treba ponoviti algebarski oblik kompleksnog broja te prikaz kompleksnog broja u Gaussovoj ravnini.</p> <p>Insistirati na savladavanju računskih operacija s kompleksnim brojevima u algebarskom i trigonometrijskom obliku.</p> <p>Preporuča se na kreativan način povezati fraktale s kompleksnim brojevima korištenjem IKT-a u obliku nekog projektnog zadatka.</p>	

PREDMETNO PODRUČJE: B/ Algebra	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.1. Učenik dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	<ul style="list-style-type: none"> • opisuje postupak matematičke indukcije koristeći induktivan način zaključivanja • dokazuje matematičke tvrdnje (jednakosti, tvrdnje o djeljivosti) • računa sa binomnim koeficijentima • primjenjuje binomnu formulu.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.1.1 MTP-2.3.2</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • princip matematičke indukcije • primjena matematičke indukcije • binomni koeficijenti i Pascalov trokut • binomna formula i njena primjena. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Kroz primjere upoznati učenike sa induktivnim i deduktivnim načinom zaključivanja. Preciznim matematičkim jezikom definirati princip i korake matematičke indukcije za dokazivanje tvrdnji koje su istinite za sve prirodne brojeve. Metodu matematičke indukcije primjenjivati na jednostavnijim jednakostima i tvrdnjama o djeljivosti. Uvesti binomnu formulu nakon definiranja binomnog koeficijenta i Pascalovog trokuta te posebnu pažnju pridati razumijevanju kraćeg zapisa binomnog teorema.</p> <p>Sadržaj ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta Logika (induktivni i deduktivni načini zaključivanja).</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.2. Učenik primjenjuje aritmetički i geometrijski niz.	<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje članove niza zadanog početnim članovima ili formulom za opći član niza • objašnjava pojam aritmetičkog i geometrijskog niza te zapisuje opći član niza • računa zbroj prvih n članova aritmetičkog i geometrijskog niza • računa zbroj članova geometrijskog reda • primjenjuje aritmetički i geometrijski niz pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.1.1</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • pojam i zadavanje niza • opći član i zbroj prvih n članova aritmetičkog niza • opći član i zbroj prvih n članova geometrijskog niza • geometrijski red • kamatni račun. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Uvesti nizove nekim svakodnevnim primjerima (npr. niz kuća neke ulice i njihovo numeriranje) te istaknuti da nizovi mogu biti zadani opisno, rekursivno i formulom za opći član. Povezati imena nizova s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Istaknuti primjer određivanja zapisa beskonačnoga periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka koristeći sumu geometrijskog reda. Naglasiti važnost poznavanja jednostavnog i složenog kamatnog računa u svakodnevnom životu. Spomenuti povijesnu važnost nizova i redova kroz neke primjere kao što su: Fibonaccijev niz, legenda o postanku šaha i Zenonov paradoks o Ahileju i kornjači. Moguće je zadati projektni zadatak povezan s ovim temama. Koristiti se programima dinamične geometrije (npr. grafičko predstavljanje Fibonaccijevog niza, primjene aritmetičkog i geometrijskog niza).</p> <p>Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati međupredmetnom temom Poduzetnost (npr. organizirati nastavnu aktivnost "Život s kreditom") te sa sadržajima nastavnih predmeta: Biologija (ekologija), Informatika (jednodimenzionalne strukture podataka) i Likovna umjetnost (kompozicija slike).</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.3. Učenik računa limes niza.	<ul style="list-style-type: none"> • opisuje pojam limesa niza • razlikuje rastući i padajući niz, konvergentan i divergentan niz • računa limes niza zadanog općim članom koristeći svojstva limesa.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.1.1</u>
Ključni sadržaji	

<ul style="list-style-type: none"> • monotoni i omeđeni nizovi • limes niza • teoremi o limesima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Ispisivati članove niza na brojevnom pravcu te uočavati postojanje limesa ukoliko se beskonačno mnogo članova tog niza nalazi unutar nekog po volji malog intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. $a_n = \frac{1}{n}$, $a_n = \frac{n}{n+1}$).</p> <p>Prije računanja limesa niza zadanog formulom za opći član, pokušati predvidjeti rješenje raspisivanjem članova niza. Po mogućnosti se koristiti dostupnim interaktivnim programima i alatima pri vizualizaciji limesa niza na brojevnom pravcu.</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.4. Učenik analizira svojstva funkcija zadanih analitički ili grafički.	<ul style="list-style-type: none"> • objašnjava pojmove vezane uz funkcije • određuje prirodnu domenu i sliku funkcije zadane analitički ili grafički • prepoznaje bijektivne funkcije • određuje kompoziciju dviju funkcija • određuje inverznu funkciju • skicira graf inverzne funkcije • crta grafove elementarnih funkcija i ispituje njihova svojstva • uočava svojstva funkcija promatranjem grafova funkcija.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.1.1</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • pojam i zadavanje funkcije • domena, kodomena i slika funkcije • bijekcija • svojstva funkcija (parnost, periodičnost i monotonost) • inverzna funkcija • kompozicija funkcija • grafički prikazi funkcija. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Tražiti precizne definicije pojma funkcije, domene, kodomene i slike funkcije.</p> <p>Koristiti nazive prirodna domena ili prirodno područje definicije funkcije.</p> <p>Objasniti kako pomoću vertikalnog testa provjeriti je li neki skup točaka predstavlja graf neke funkcije.</p> <p>Koristiti horizontalni test za ispitivanje injektivnosti na grafu funkcije. Za ispitivanje surjektivnosti koristiti se činjenicom da je kod surjektivne funkcije slika funkcije jednaka kodomeni.</p> <p>Skicirati graf inverzne funkcije koristeći činjenicu da su grafovi međusobno inverznih funkcija simetrični u odnosu na pravac $y = x$.</p> <p>Po mogućnosti koristiti se programima dinamične geometrije za ponavljanje grafova elementarnih funkcija i njihovih svojstava ili zadati učenicima da ih u bilježnici nacrtaju za domaću zadaću. Ponoviti grafove sljedećih funkcija: linearna, funkcija apsolutne vrijednosti, kvadratna, logaritamska i eksponencijalna, trigonometrijske funkcije.</p> <p>Upoznati učenike s racionalnom i iracionalnom funkcijom: $f(x) = \frac{1}{x}$ i $f(x) = \sqrt{x}$.</p> <p>Po mogućnosti koristiti translacije grafova pri crtanju složenijih grafova.</p> <p>Predstaviti složenu funkciju preko jednostavnih funkcija.</p> <p>Primjer: <i>Odredite elementarne funkcije $f(x)$ i $g(x)$ takve da je $h(x) = (f \circ g)(x)$ ako je $h(x) = 2(x-2)^3 - 3(x-2)^2 + 5$.</i></p> <p>Kroz projektni zadatak učenici mogu analizirati razvoj funkcija kroz povijest.</p> <p>Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Fizika (plinski zakoni, električno polje, mehanika, s-t graf) i Informatika (programiranje).</p>	
Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.5. Učenik računa limes funkcije.	<ul style="list-style-type: none"> • računa limes u točki i u beskonačnosti koristeći svojstva limesa funkcija • određuje neprekidnost funkcije prikazane analitički ili grafički.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-2.1.1</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • limes funkcije • neprekidne funkcije. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prikladno odabrati grafički, tablični ili analitički prikaz funkcija za objašnjenje limesa (granične vrijednosti) funkcije.</p> <p>Naglasiti da je pojam neprekidnosti povezan uz točke iz prirodne domene (npr. $f(x) = \frac{1}{x}$).</p> <p>Kroz projektni zadatak učenici mogu istražiti neprekidnost Dirichletove funkcije i signum funkcije.</p>	

Preporuča se upotreba IKT-a za bolje razumijevanje limesa i neprekidnosti funkcija.

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.6. Učenik interpretira i računa derivacije funkcija.	<ul style="list-style-type: none">• povezuje derivaciju s koeficijentom smjera tangente i brzinom• izvodi derivaciju linearne i kvadratne funkcije po definiciji• određuje derivacije funkcija primjenjujući pravila deriviranja• primjenjuje formulu za derivaciju složene funkcije• računa derivacije višeg reda.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-2.1.3

Ključni sadržaji

- problem tangente i brzine
- derivacija funkcije u točki
- derivacija zbroja, razlike, umnoška i kvocijenta funkcija
- derivacije elementarnih funkcija
- derivacija složene funkcije
- derivacije višeg reda.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Po mogućnosti problem tangente predstaviti programom dinamične geometrije.

Pri geometrijskoj interpretaciji derivacije prikazati vezu prirasta varijable i funkcije sa derivacijom u točki.

Spomenuti povijest razvoja diferencijalnog računa.

Po mogućnosti izvesti jedno od pravila deriviranja po definiciji derivacije.

Uz izvod derivacije linearne i kvadratne funkcije po definiciji, upoznati učenike s formulama za deriviranje potencije, trigonometrijskih funkcija, eksponencijalne i logaritamske funkcije.

Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta Fizika kroz predstavljanje problema brzine.

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.7. Učenik primjenjuje derivacije pri ispitivanju funkcija i crtanju grafa funkcija.	<ul style="list-style-type: none">• određuje jednadžbu tangente i normale u točki grafa funkcije• određuje intervale monotonosti i ekstreme funkcija koristeći derivacije• određuje intervale konveksnosti i konkavnosti funkcija koristeći derivacije višeg reda• crta grafove polinoma i racionalnih funkcija• primjenjuje derivacije pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-2.1.3

Ključni sadržaji

- tangenta i normala na graf funkcije
- rast i pad funkcije, ekstremi
- konveksnost i konkavnost funkcije
- tijek funkcije
- crtanje grafa funkcije
- primjene derivacija u problemskim zadacima.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pri ispitivanju funkcija i crtanju grafova funkcija birati polinome drugog, trećeg ili četvrtog stupnja, a racionalne funkcije takve da u brojniku i nazivniku budu polinomi najviše drugog stupnja.

Utvrđiti postupak ispitivanja tijeka funkcije prije grafičkog prikaza: odrediti prirodnu domenu, nultočke (ukoliko postoje), sjecište s osi ordinata, ispitati parnost, odrediti asimptote, odrediti intervale monotonosti i stacionarne točke, odrediti ekstreme (tablično ili pomoću druge derivacije) te popuniti tablicu tijeka funkcije. U ovaj postupak moguće je uvrstiti još dva koraka: tablično odrediti predznak funkcije te pronaći intervale konveksnosti i konkavnosti.

Po mogućnosti vizualizirati crtanje grafova korištenjem programa dinamične geometrije.

Predstaviti primjenu derivacija kroz neke problemske situacije kao što su sljedeći primjeri:

1. *Pretpostavimo da neka tvrtka procjenjuje da su ukupni dnevni troškovi izraženi u novčanim jedinicama proizvodnje x komada nekog proizvoda zadani formulom $C(x) = 0.02x^2 + 7x + 10\,000$.*

a) *Odredite derivaciju zadane funkcije i obrazložite što predstavlja ta funkcija.*

b) *Izračunajte $C'(100)$ i obrazložite rezultat.*

2. *Od pravokutnog kartona duljina stranica 10 cm i 6 cm napraviti otvorenu kutiju najvećeg volumena.*

Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Kemija (brzina kemijske reakcije) i Biologija (genetika, ekologija), te međupredmetnom temom Poduzetnost (ekonomska pismenost).

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
<p>B.IV.8. Učenik računa i primjenjuje integrale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • računa neodređeni integral koristeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala • koristi metodu supstitucije pri računanju integrala • koristi metodu parcijalne integracije pri računanju integrala • računa određeni integral • primjenjuje određeni integral za računanje površine ravninskog lika.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	<p><u>MTP-2.1.3</u></p>
<p>Ključni sadržaji</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • neodređeni integral • metoda supstitucije • metoda parcijalne integracije • određeni integral • Newton-Leibnitzova formula • površina ispod grafa funkcije. 	
<p>Preporuke za ostvarenje ishoda</p>	
<p>Pojam integrala uvesti kao antiderivaciju. Pojam određenog integrala uvesti uz odgovarajuću geometrijsku interpretaciju integralnih suma. Primjenu određenog integrala ograničiti na jednostavnije primjere.</p>	
<p>Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta Fizika</p>	

PREDMETNO PODRUČJE: D/ Podatci, statistika i vjerojatnost

Odgojno-obrazovni ishod učenja	Razrada ishoda
D.IV.1. Učenik tumači i računa vjerojatnost događaja.	<ul style="list-style-type: none">• definira operacije s događajima prikazujući ih Vennovim dijagramima• koristi vjerojatnosno stablo za izračun vjerojatnosti događaja• razlikuje zavisne i nezavisne događaje• računa vjerojatnost događaja koji se ponavljaju• primjenjuje uvjetnu vjerojatnost.
Poveznice sa ZJNPP	<u>MTP-4.2.1</u>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none">• prebrojavanje i vjerojatnost• nezavisnost događaja• vjerojatnosno stablo• uvjetna vjerojatnost.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Koristiti vjerojatnosno stablo gdje je god moguće, jer pomoću njega računamo broj mogućih ishoda na pregledan način.</p> <p>Koristiti tablice ili dijagrame kako bi kreirali prostor elementarnih događaja dvaju nezavisnih događaja.</p> <p>Primjer: <i>Tri strijelca gađaju metu. Prvi pogađa u 80 % gađanja, drugi u 90 % , a treći u 75 % gađanja. Odredi vjerojatnost da meta bude pogođena točno dva puta?</i></p> <p>Spomenuti primjenu vjerojatnosti u igrama na sreću, izračunima vremenske prognoze, usporedbi DNK nizova, računalnim simulacijama itd. Moguće je zadati projektne zadatke uz navedene teme.</p> <p>Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnog predmeta: Kemija (pokusi i eksperimenti) i Biologija (ekologija).</p>	